

مدارهای مجتمع خطی

فصل ششم

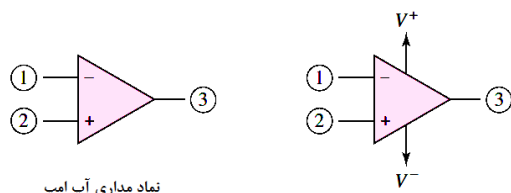
مدارهای OP-AMP

مدرس: احمد توکلی

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 1

مقدمه

- ✓ اولین تقویت کننده عملیاتی (op-amp) در سال 1965 توسط Fairchild Semiconductor با نام $\mu A - 709$ معرفی شد.
- ✓ در اواخر دهه 60 تقویت کننده عملیاتی $\mu A - 741$ توسط Fairchild Semiconductor معرفی شد.
- ✓ از آن پس مجموعه متنوعی از آپ امپها با مشخصات بهبود یافته و با استفاده از ترانزیستورهای BJT و MOS طراحی شده‌اند.
- ✓ از دید سیگنالی آپ امپ دارای دو پایانه ورودی و یک پایانه خروجی است.
- ✓ اکثر آپ امپها به دو منبع تغذیه dc نیاز دارند که به ولتاژ مثبت V^+ و ولتاژ منفی V^- وصل می‌شوند.

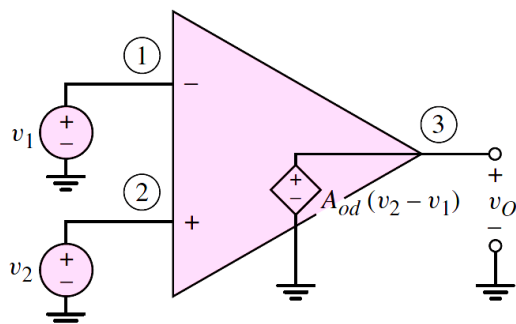


نماد مداری آپ امپ

نماد مداری آپ امپ به همراه منابع تغذیه

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 2

پارامترهای آپ امپ ایده آل:



Ideal op-amp equivalent circuit

✓ در حالت ایده آل، مقاومت ورودی R_i بین پایانه های 1 و 2 بی نهایت است، به این معنی است که جریان ورودی در هر ترمینال صفر است.

✓ ترمینال خروجی آپ امپ ایده آل به عنوان خروجی منبع ولتاژ ایده آل عمل می کند، به این معنی که مقاومت خروجی سیگنال کوچک R_O برابر صفر است.

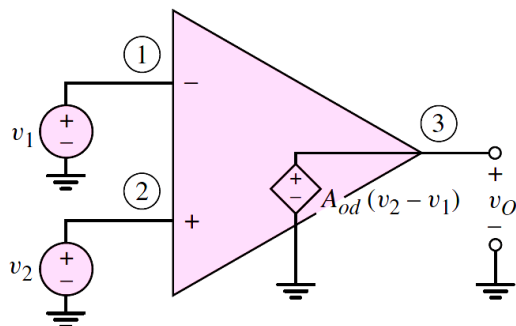
✓ پارامتر A_{od} که در مدار معادل نشان داده شده است، بهره ولتاژ تفاضلی حالت حلقه باز است.

✓ در **op-amp** ایده آل، بهره ولتاژ حلقه باز A_{od} بسیار بزرگ است و به بی نهایت میل می کند.

✓ ترمینال 1 ورودی که با علامت «-» مشخص شده ترمینال ورودی معکوس کننده نام دارد. همچنین ترمینال 2 ورودی که با علامت «+» مشخص شده ترمینال ورودی غیر معکوس کننده نامیده می شود.

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 3

اتصال کوتاه مجازی و زمین مجازی



Ideal op-amp equivalent circuit

ولتاژ خروجی در حالت حلقه باز: $v_o = A_{od}(v_2 - v_1)$

$$v_2 - v_1 = \frac{v_o}{A_{od}}$$

همان طور که گفته شد بهره حلقه باز آپ امپ (A_{od}) بسیار بزرگ است (در حالت ایده آل بینهایت)، بنابراین:

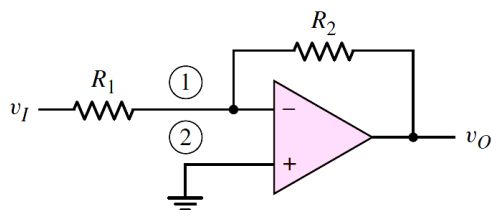
$$v_2 - v_1 = \frac{v_o}{A_{od}} \cong 0 \Rightarrow v_2 \cong v_1$$

یعنی می توان دو پایانه ورودی را به صورت «اتصال کوتاه مجازی» در نظر گرفت.

اگر پایانه مثبت ورودی زمین باشد ($v_2 = 0$)، آنگاه می توان پایانه منفی را نیز «زمین مجازی» در نظر گرفت ($v_1 \cong 0$).

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 4

تقویت کننده معکوس کننده:



Inverting op-amp circuit

$$v_2 = 0 \Rightarrow v_1 \cong v_2 = 0 \quad (\text{زمین مجازی})$$

$$i_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_I}{R_1}$$

جریان پایانه های ورودی آپ امپ برابر صفر است، بنابراین:

$$i_1 = i_2$$

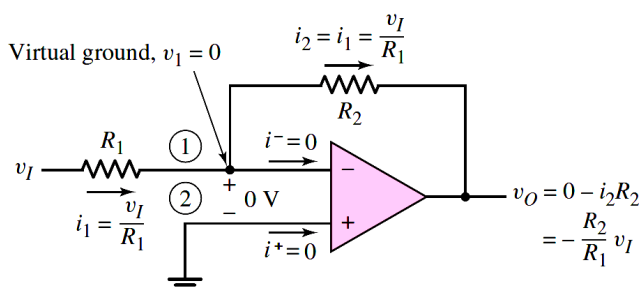
$$v_O = v_1 - i_2 R_2 = 0 - \left(\frac{v_I}{R_1}\right) R_2$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}$$

بهره ولتاژ:

$$R_i = \frac{v_I}{i_1} = R_1$$

مقاومت ورودی:



Currents and voltages in the inverting op-amp

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 5

تقویت کننده معکوس کننده:

اثر گین محدود:

$$v_O = A_{od}(v_2 - v_1) = A_{od}(0 - v_1) = -A_{od}v_1$$

$$\Rightarrow v_1 = -\frac{v_O}{A_{od}}$$

جریان پایانه های ورودی آپ امپ برابر صفر است، بنابراین:

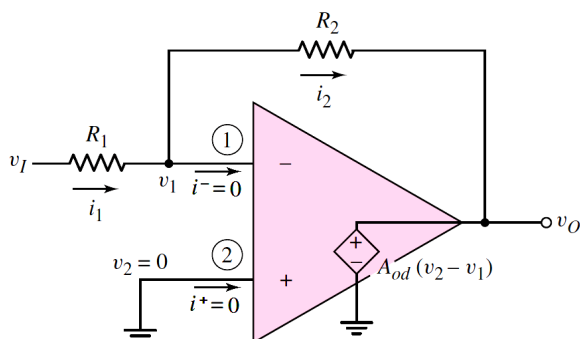
$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_1 - v_O}{R_2}$$

$$\Rightarrow v_I = v_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) - \frac{R_1}{R_2} v_O$$

$$\Rightarrow v_I = -\frac{v_O}{A_{od}} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - \frac{R_1}{R_2} v_O$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{1}{\frac{1}{A_{od}} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + \frac{R_1}{R_2}}$$

بهره ولتاژ:



Inverting op-amp equivalent circuit

شرط این که بهره تقویت کننده (A_v) مستقل از بهره حلقه باز (A_{od}) باشد:

$$1 + \frac{R_1}{R_2} \ll A_{od}$$

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1}$$

در این صورت:

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 6

Inverting op-amp with T-network

بهره ولتاژ:

$$A_v = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2 R_3}{R_1} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)$$

$$R_i = \frac{v_I}{i_1} = R_1$$

مقاومت ورودی:

تقویت کننده معکوس کننده با شبکه فیدبک T:

(زمین مجازی) $v_2 = 0 \Rightarrow v_1 \cong v_2 = 0$

$$i_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_I}{R_1}$$

جریان پایانه های ورودی آپ امپ برابر صفر است، بنابراین:

$$i_1 = i_2$$

$$v_X = v_1 - i_2 R_2 = 0 - \left(\frac{v_I}{R_1} \right) R_2 = -\left(\frac{R_2}{R_1} \right) v_I$$

$$i_3 = i_2 + i_4 \Rightarrow \frac{v_X - v_O}{R_3} = \frac{0 - v_X}{R_2} + \frac{0 - v_X}{R_4}$$

$$v_X \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{v_O}{R_3}$$

$$-v_I \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{v_O}{R_3}$$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 7

Summing op-amp amplifier circuit

تقویت کننده جمع کننده:

با روش جمع آثار ولتاژ خروجی ناشی از تک تک ورودی ها را به دست آورده و جمع می کنیم:

$$v_O = \left(-\frac{R_F}{R_1} v_{I1} \right) + \left(-\frac{R_F}{R_2} v_{I2} \right) + \left(-\frac{R_F}{R_3} v_{I3} \right)$$

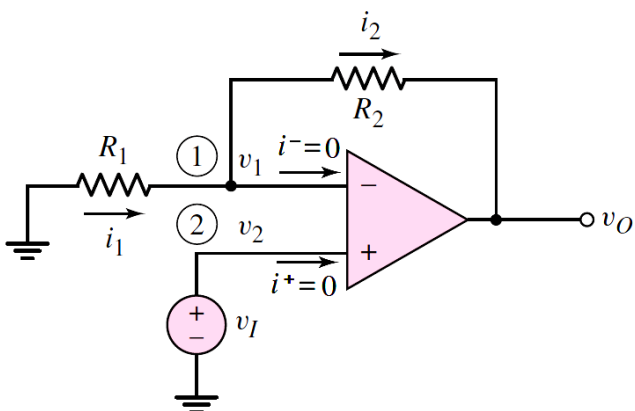
$$v_O = -R_F \left(\frac{v_{I1}}{R_1} + \frac{v_{I2}}{R_2} + \frac{v_{I3}}{R_3} \right)$$

اگر $R_1 = R_2 = R_3 = R$ ، آنگاه:

$$v_O = -\frac{R_F}{R} (v_{I1} + v_{I2} + v_{I3})$$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 8

تقویت کننده غیر معکوس کننده:



Noninverting op-amp circuit

(اتصال کوتاه مجازی) $v_2 = v_I \Rightarrow v_1 \cong v_2 = v_I$

$$i_1 = \frac{0 - v_I}{R_1} = -\frac{v_I}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_1 - v_O}{R_2} = \frac{v_I - v_O}{R_2}$$

جریان پایانه های ورودی آپ امپ برابر صفر است، بنابراین:

$$i_1 = i_2 \Rightarrow -\frac{v_I}{R_1} = \frac{v_I - v_O}{R_2}$$

$$v_O = v_I R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = v_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$A_v = \frac{v_O}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

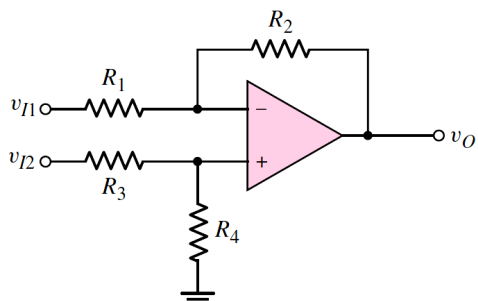
بهره ولتاژ:

$$R_i = \frac{v_I}{i^+} = \infty$$

مقاومت ورودی:

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 9

تقویت کننده تفاضلی:



Op-amp difference amplifier

✓ تقویت کننده تفاضلی ایده آل تنها تفاضل سیگنال پایانه های ورودی را تقویت کرده و سیگنال های مشترک ورودی را حذف می کند.

✓ به طور مثال سیستم تقویت کننده میکروفون، سیگنال صوتی ورودی را که به یک پایانه ورودی اعمال می شود را تقویت و سیگنال مشترک 50 هرتز برق شهر (صدای هوم) را حذف می کند.

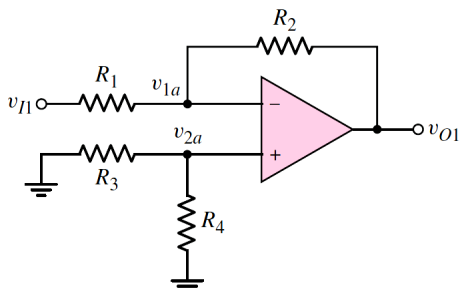
✓ با روش جمع آثار ولتاژ خروجی ناشی از تک تک ورودی ها را به دست آورده و جمع می کنیم:

$$\text{الف) } v_{I2} = 0$$

در این حالت تقویت کننده معکوس کننده است

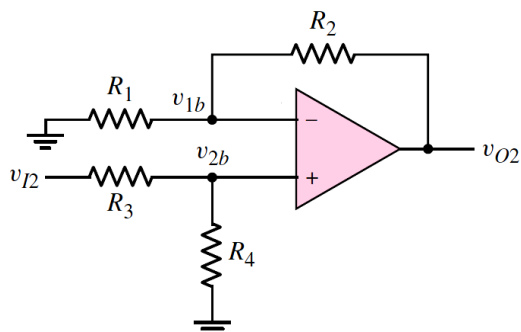
$$v_{2a} = 0 \Rightarrow v_{1a} = 0$$

$$v_{O1} = -\frac{R_2}{R_1} v_{I1}$$

difference amplifier with $v_{I2} = 0$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 10

تقویت کننده تفاضلی:



ب) $v_{I1} = 0$

در این حالت تقویت کننده غیر معکوس کننده است

$$v_{1b} = v_{2b} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{I2}$$

$$v_{O2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{2b} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) v_{I2}$$

جمع آثار:

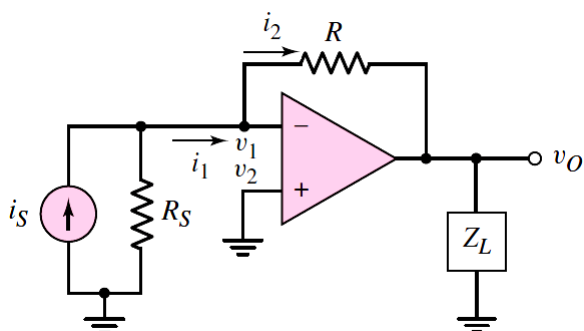
$$v_O = v_{O1} + v_{O2} = -\frac{R_2}{R_1} v_{I1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) v_{I2}$$

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_{I2} - v_{I1})$$

اگر $R_4/R_3 = R_2/R_1$, آنگاه:

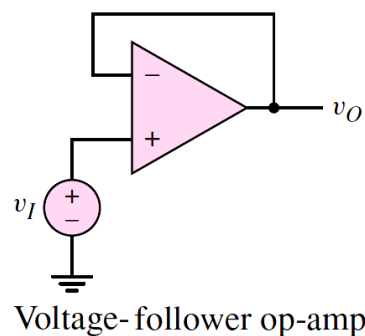
Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 11

دنبال کننده ولتاژ (بافر):



$$v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = 0 \Rightarrow i_{RS} = 0 \Rightarrow i_2 = i_1 = i_S$$

$$v_O = -i_2 R \Rightarrow v_O = -i_S R$$



Voltage-follower op-amp

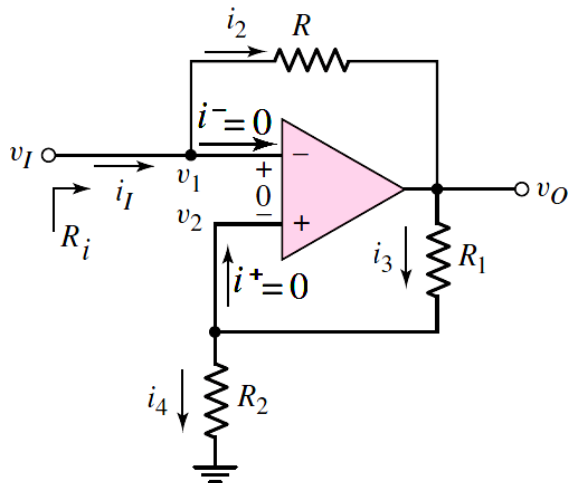
اگر $R_2 = 0$ و $R_1 = \infty$ آنگاه:

$$A_v = \frac{v_O}{v_I} = 1$$

بهره ولتاژ:

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 12

مبدل امپدانس منفی:



$$i_1 = i_2 = \frac{v_I - v_O}{R}$$

$$v_1 = v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_O \Rightarrow v_O = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_I$$

$$i_1 = \frac{v_I - v_O}{R} = \frac{v_I - \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_I}{R} = \frac{-R_1}{RR_2} v_I$$

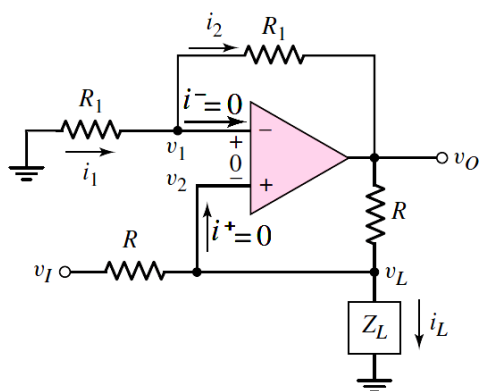
$$R_i = \frac{v_I}{i_1} = -R \frac{R_2}{R_1}$$

یعنی امپدانس ورودی منفی می باشد.

اگر بجای مقاومت R یک خازن قرار دهیم می توانیم یک امپدانس سلفی به دست آوریم. کاربرد دیگر مدار مبدل امپدانس منفی، ساخت منبع جریان است.

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 13

مبدل ولتاژ به جریان (منبع جریان ایده آل):



Voltage-to-current converter

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{-v_1}{R_1} = \frac{v_1 - v_O}{R_1} \Rightarrow v_1 = \frac{v_O}{2}$$

چون $v_1 = v_2 = v_L$ بنابراین:

$$v_L = \frac{v_O}{2}$$

$$KCL: \frac{v_L - v_O}{R} + i_L + \frac{v_L - v_I}{R} = 0$$

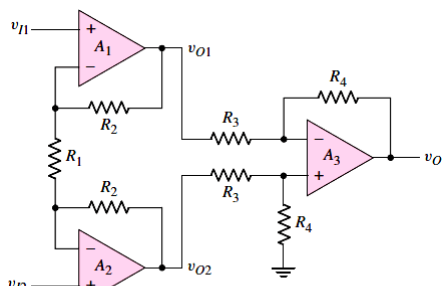
$$i_L = \frac{v_O}{R} + \frac{v_I}{R} - \frac{2v_L}{R} = \frac{v_O}{R} + \frac{v_I}{R} - \frac{2\left(\frac{v_O}{2}\right)}{R}$$

$$i_L = \frac{v_I}{R}$$

جریان بار مستقل از امپدانس بار است و نسبت مستقیم با ولتاژ ورودی دارد.

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 14

تقویت کننده ابزار دقیق:



Instrumentation amplifier

✓ تقویت کننده ابزار دقیق تنها سیگنال های تفاضلی را تقویت می کند.
 ✓ مقاومت ورودی بسیار بزرگ دارد.
 ✓ به کمک مقاومت R_1 بهره تقویت کننده را می توان کنترل کرد.

$$i_1 = \frac{v_{I1} - v_{I2}}{R_1}$$

$$v_{O1} = v_{I1} + i_1 R_2$$

$$v_{O2} = v_{I2} - i_1 R_2$$

$$v_O = \frac{R_4}{R_3} (v_{O2} - v_{O1})$$

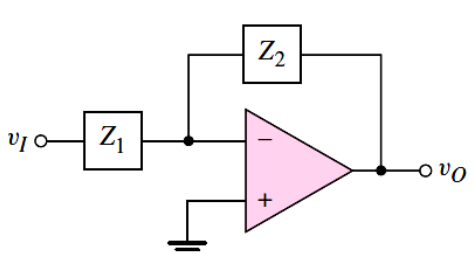
$$v_O = \frac{R_4}{R_3} (v_{I2} - v_{I1} - 2i_1 R_2)$$

$$v_O = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) (v_{I2} - v_{I1})$$

Voltages and currents in instrumentation amplifier

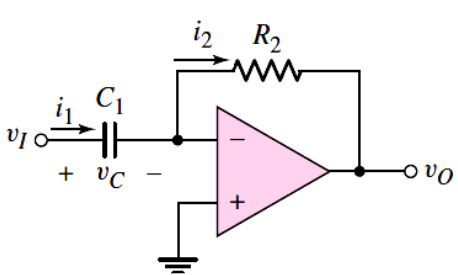
Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 15

مدار مشتق گیر:



Generalized inverting amplifier

$$\left. \begin{aligned} i_C &= C_1 \frac{dv_C}{dt} = i_1 \\ v_O &= -i_2 R_2 \\ i_1 &= i_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_O(t) = -R_2 C_1 \frac{dv_I(t)}{dt} \quad \text{در حوزه زمان:}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{sC_1} \\ Z_2 &= R_2 \\ V_O &= -\frac{Z_2}{Z_1} V_I \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_O = -sR_2 C_1 V_I \quad \text{در حوزه فرکانس:}$$


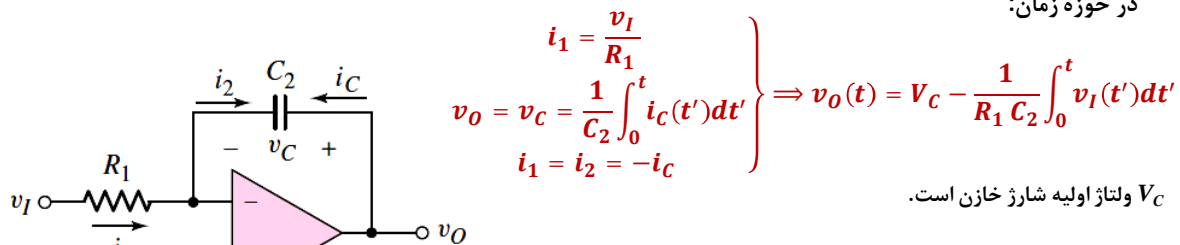
Op-amp differentiator

✓ بهره مدار مشتق گیر با افزایش فرکانس زیاد می شود. این خصوصیت مدار را به یک تقویت کننده نویز تبدیل می کند، به گونه ای که یک تغییر ناگهانی کوچک در ورودی باعث ایجاد ولتاژ زیادی در خروجی می شود. به علت این ناپایداری مدار مشتق گیر کاربرد چندانی ندارد.

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 16

مدار انتگرال گیر:

در حوزه زمان:



Op-amp integrator

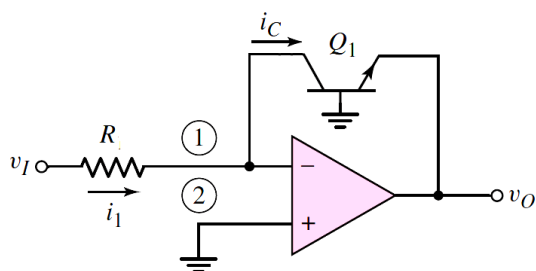
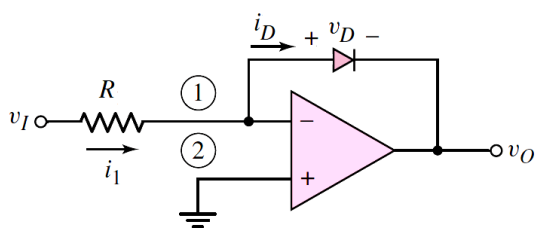
در حوزه فرکانس:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= R_1 \\ Z_2 &= \frac{1}{sC_2} \\ V_O &= -\frac{Z_2}{Z_1} V_I \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_O = \frac{-1}{sR_1 C_2} V_I$$

✓ از مدار انتگرال گیر برای تولید موج دندان اره ای استفاده می شود. یکی از کاربردهای این موج در جاروب صفحه اسیلوسکوپ می باشد.

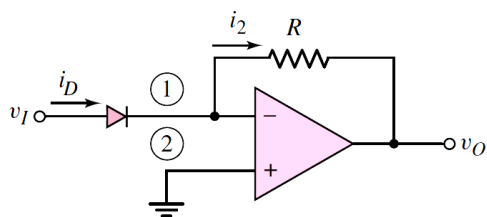
Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 17

تقویت کننده لگاریتمی:

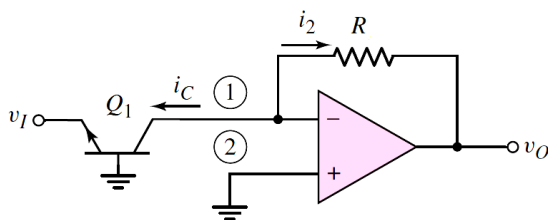


Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 18

تقویت کننده نمایی (آنتی لگاریتمی):



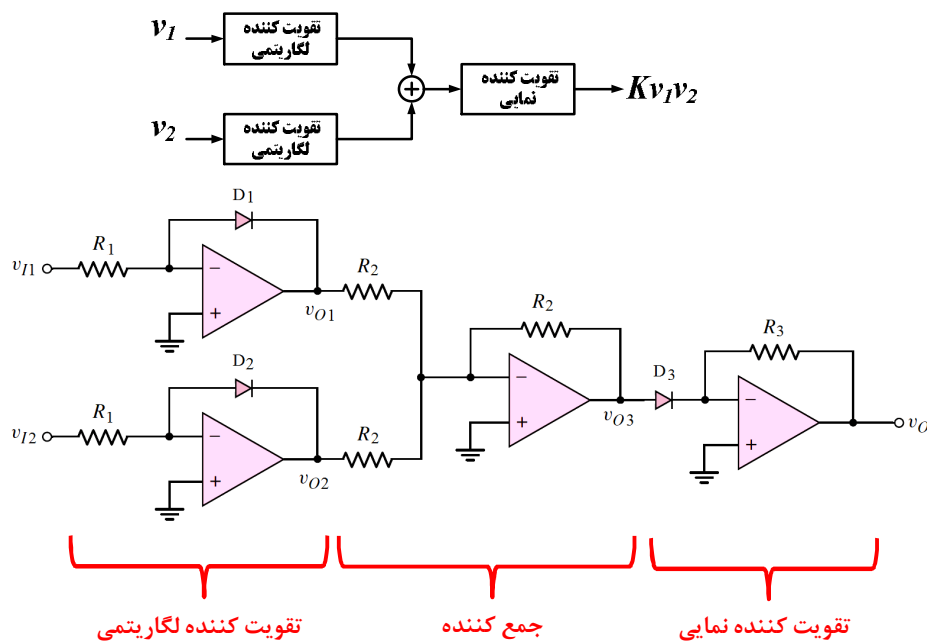
$$\left. \begin{aligned} i_2 &= i_D = I_S e^{\frac{v_D}{V_T}} = I_S e^{\frac{v_I}{V_T}} \\ v_O &= -R i_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_O = -R I_S e^{\frac{v_I}{V_T}}$$



$$\left. \begin{aligned} i_2 &= -i_C = -I_S e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = -I_S e^{\frac{-v_I}{V_T}} \\ v_O &= -R i_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_O = R I_S e^{\frac{v_I}{V_T}}$$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 19

مدار ضرب کننده:



$$v_{O1} = -V_T \ln \frac{v_{I1}}{R_1 I_S}$$

$$v_{O2} = -V_T \ln \frac{v_{I2}}{R_1 I_S}$$

$$v_{O3} = (v_{O1} + v_{O2})$$

$$v_{O3} = -V_T \ln \frac{v_{I1} v_{I2}}{R_1^2 I_S^2}$$

$$v_O = -R_3 I_S e^{\frac{v_{O3}}{V_T}}$$

$$v_O = -R_3 I_S e^{\left(-\ln \frac{v_{I1} v_{I2}}{R_1^2 I_S^2} \right)}$$

$$v_O = \frac{R_3}{R_1^2 I_S} v_{I1} v_{I2}$$

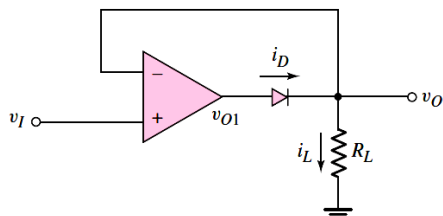
تقویت کننده لگاریتمی

جمع کننده

تقویت کننده نمایی

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 20

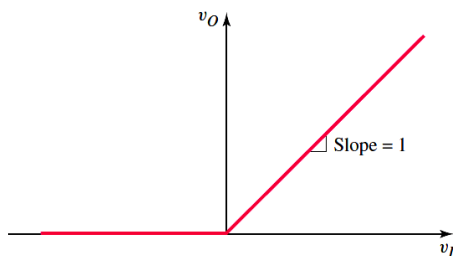
یکسوکننده نیم موج دقیق:



Precision half-wave rectifier circuit

$$v_I < 0 \Rightarrow D: OFF \Rightarrow i_L = 0 \Rightarrow v_O = 0$$

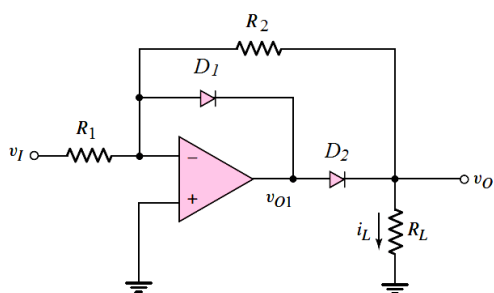
$$v_I > 0 \Rightarrow D: ON \Rightarrow v_O = v_I$$



Voltage transfer characteristics of precision half-wave rectifier

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 21

یکسوکننده نیم موج دقیق:

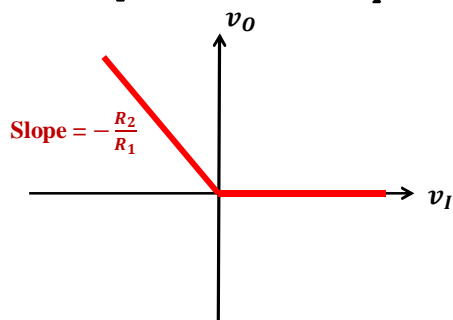


$$v_I < 0 \Rightarrow \text{آپ امپ: اشباع مثبت}$$

$$\Rightarrow D_1: OFF, D_2: ON \Rightarrow v_O = -\frac{R_2}{R_1} v_I$$

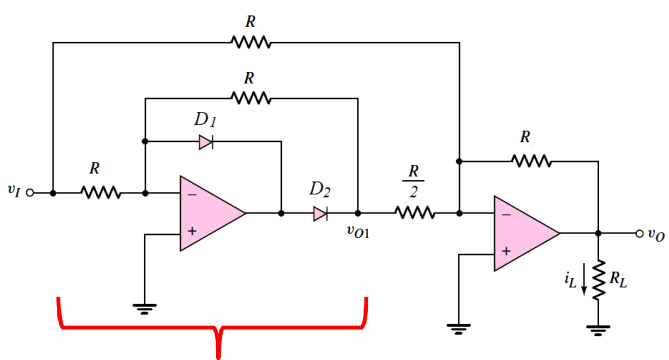
$$v_I > 0 \Rightarrow \text{آپ امپ: اشباع منفی}$$

$$\Rightarrow D_1: ON, D_2: OFF \Rightarrow v^- = 0 \Rightarrow v_O = 0$$

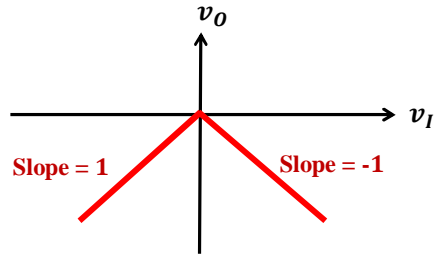


Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 22

یکسوکننده تمام موج دقیق:



یکسوکننده نیم موج



$v_I < 0 \Rightarrow$ خروجی یکسو کننده نیم موج برابر $-v_I$ است

$$v_{O1} = -v_I \Rightarrow v_O = -\frac{R}{R}v_I + \left(-\frac{R}{\frac{R}{2}}v_{O1}\right)$$

$$\Rightarrow v_O = v_I$$

$v_I > 0 \Rightarrow$ خروجی یکسو کننده نیم موج برابر صفر است

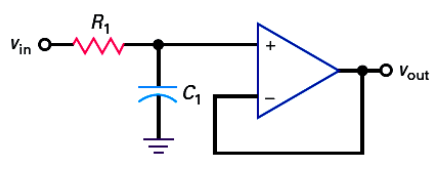
$$v_{O1} = 0 \Rightarrow v_O = -\frac{R}{R}v_I$$

$$\Rightarrow v_O = -v_I$$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 23

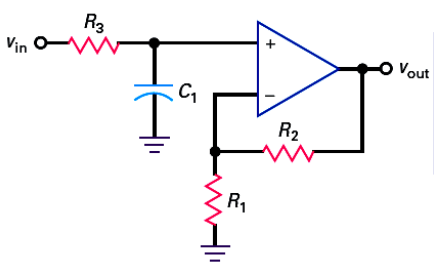
فیلترهای فعال:

فیلتر پایین گذر مرتبه اول



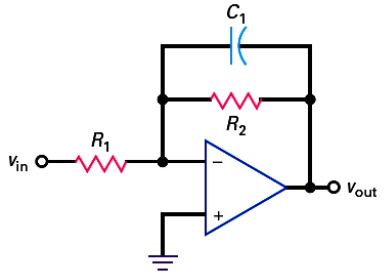
Noninverting unity gain

$A_v = 1$
 $f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$



noninverting with voltage gain

$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1$
 $f_c = \frac{1}{2\pi R_3 C_1}$



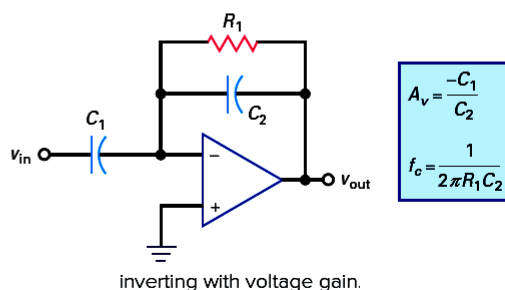
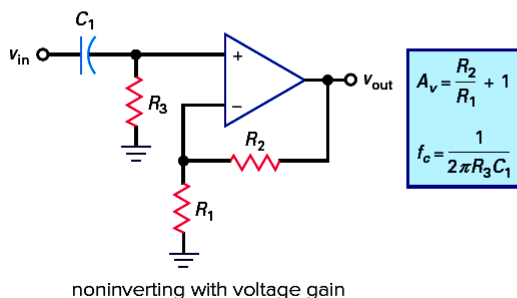
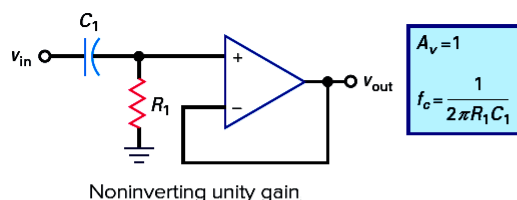
inverting with voltage gain

$A_v = -\frac{R_2}{R_1}$
 $f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_1}$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 24

فیلترهای فعال:

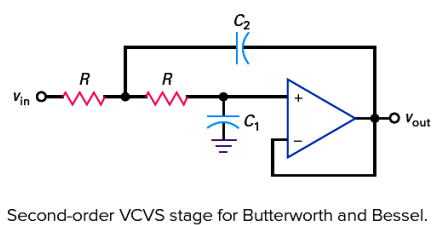
فیلتر بالا گذر مرتبه اول



Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 25

فیلترهای فعال:

فیلتر پایین گذر مرتبه دوم



$$A_v = 1$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}}$$

Butterworth:

$$Q = 0.707$$

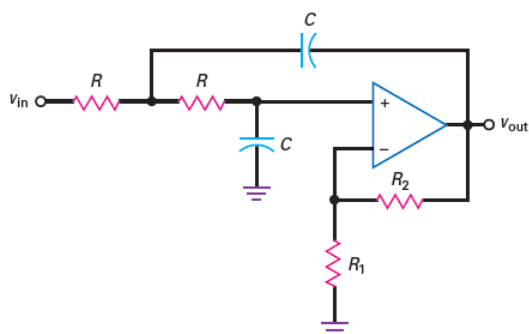
$$K_o = 1$$

Bessel:

$$Q = 0.577$$

$$K_o = 0.786$$

بهره واحد



$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_v}$$

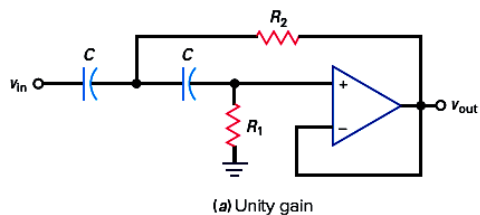
$$f_p = \frac{1}{2\pi RC}$$

بهره بزرگتر از یک

mad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 26

فیلترهای فعال:

فیلتر بالا گذر مرتبه دوم

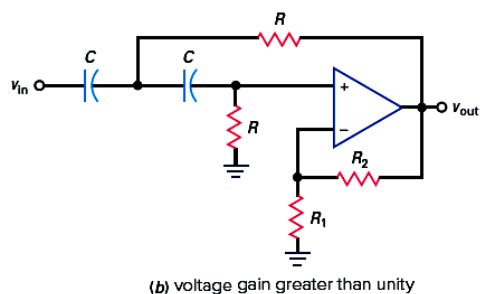


$$A_v = 1$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}}$$

بهره واحد



$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_v}$$

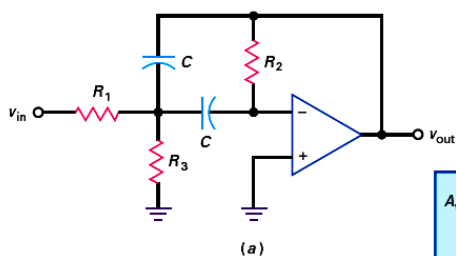
$$f_p = \frac{1}{2\pi RC}$$

بهره بزرگتر از یک

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 27

فیلترهای فعال:

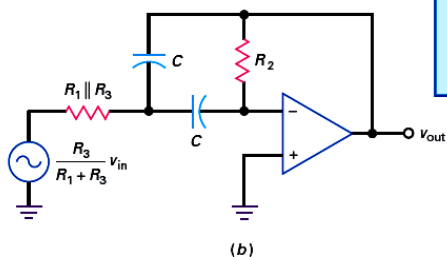
فیلتر باند گذر مرتبه دوم



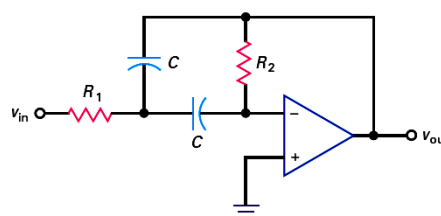
$$A_v = \frac{-R_2}{2R_1}$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{R_2}{R_1 \parallel R_3}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{(R_1 \parallel R_3) R_2}}$$



Increasing Input Impedance of MFB stage



$$A_v = \frac{-R_2}{2R_1}$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}}$$

Ahmad Tavakoli Email: atavakoli53@gmail.com 28